

数学的活動を重視した指導Ⅱ

—新学習指導要領における教材開発とその実践—

数学科 川谷内哲二・塩屋 千学・戸田 偉・外山 康平

平成21年3月に公示された学習指導要領では、現行の学習指導要領よりさらに数学的活動が重視されている。このような背景の中で、本校数学科では、数学的活動を重視した指導について平成21年度から取り組んでいる。昨年度は、数学的活動について教員間でその概念を共有して、教材の開発を中心に取り組んだ。今年度は、開発した教材による授業実践と、さらに新しい領域における教材開発、また昨年度作成した教材をさらに深めた教材開発に取り組んだ。具体的には、数学Aにおける整数の性質と図形の性質（作図）、見取図および課題学習についての教材の開発、数学Iにおけるデータ分析の授業実践である。本稿は、その教材例と授業実践についての報告である。

キーワード：数学的活動，新学習指導要領，教材開発，授業実践

1. はじめに

平成25年度から施行される高等学校における新学習指導要領が平成21年3月に公示された。数学と理科については、1年前倒しで平成24年度から施行される。

現行学習指導要領においても「数学的活動」を重視するように目標に掲げられているが、今回の改訂では、さらに重視されている。

数学的活動には、観察、操作、実験・実習などの外的な活動と、直観、類推、帰納、演繹などの内的な活動が考えられる。昨年度の高次教育研究第61号で示したように、この数学的活動を次の3つに分類することができる。

① 数学化する活動

身近な事象を取り上げ、それを数学化し、数学的な課題を設定する活動

② 数学を構成する活動

いろいろな数学的性質を論理的に系統化し、数学的知識を構成する活動

③ 数学を活用する活動

数学的知識を構成するに至るまでの思考過程を

振り返ったり、身近な事象に戻って考えたり、他の具体的な事象の考察などに数学的知識を活用したりする活動

本校の数学科では、学習指導要領の改訂を受けて、昨年度から数学的活動を重視した教材およびその授業について検討している。まずは、本校の4名の数学科教員が数学的活動について共通の理解を持ち、その上でその教材の開発および授業の実践を試みた。昨年度は、新たに追加された領域、数学Iのデータ分析、数学Aの整数の性質、図形の性質（空間図形）において、数学的活動を重視した教材の作成に取り組んだ。今年度は、数学Aにおける整数の性質と図形の性質（作図）、見取図および課題学習についての教材の開発、数学Iのデータ分析の授業実践に取り組んだ。その取り組みについて報告する。

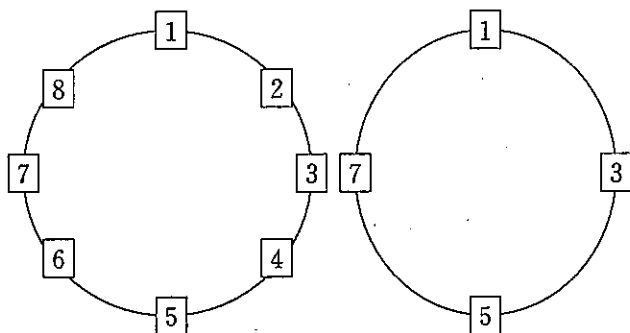
2. 数学A「整数の性質」について

整数の性質については、小学校以来学習してきたがまとめて扱われてはいなかった。そこで、今回の改訂から設けられたのがこのセクションである。

合について実験データの収集を行う。 n 枚の実験で $f(n)$ 枚目が残ったとする。

n	1	2	3	4	5	6	7
$f(n)$	1	1				5	

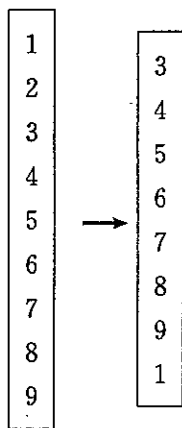
【問1】円形に並べた1, 2, ..., 8のカードから2, 4, 6, 8の順にカードを抜いて一周したとき、カードは半分の1, 3, 5, 7になっている。



このことと上の表から、 $f(8)$, $f(16)$, $f(32)$, $f(64)$ を求めなさい。

【問2】 $n=9$ のとき、トップのカードを最後に回して、2枚目のカードを除くと、カードの並びは図のようになる。

問1の結果 ($f(8)=1$) から、 $f(9) \sim f(15)$ を求めなさい。



実験と問1, 2から、生徒の手元には次の表が完成している。

n	1	2	3	4	5	6	7
$f(n)$	1	1	3	1	3	5	7

n	8	9	10	11	12	13	14
$f(n)$	1	3	5	7	9	11	13

n	15	16	...	32	...	64	...
$f(n)$	15	1	...	1	...	1	...

【規則性の読み取り】次の□, △を埋めなさい。

- I. 2^k 枚 ($k=0, 1, 2, \dots$) のとき, □が残る
- II. それ以外するとき, カードの枚数が1枚少ない場合の結果に△を加えた番号のカードが残る

【まとめ】 I, IIより,

$n=2^k+l$ (k と l は0以上の整数, $0 \leq l < 2^k$) のとき, $f(n) = \boxed{l \text{の式}}$

【応用】トランプ52枚でこの手品を行う場合、当たりを上から何枚目に置けばよいか? 100枚なら?

【実験その2】実験その1の結果を、2進法で表してみる。

n	1	10	11	100	101	110	111
$f(n)$	1	1	11	1	11	101	111

n	1000	1001	1010	1011	1100	1101
$f(n)$	1	11	101	111	1001	1011

【観察】 実験データから気づくことを、発表する。「 n の左端の1を右端につけた数が $f(n)$ である。」これは発見しにくいので、見つけた生徒を褒める。

【考察】「まとめ」から上の規則性が成り立つ理由を考察する。

—教材終了

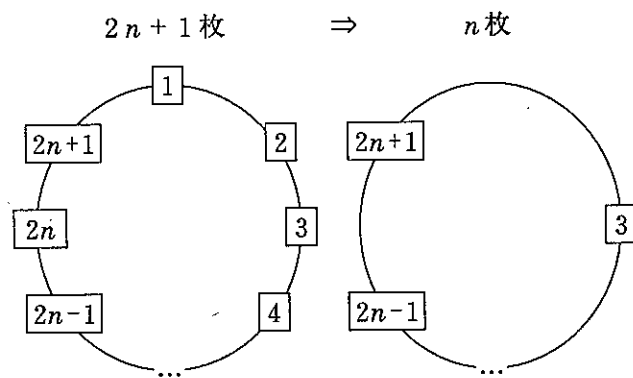
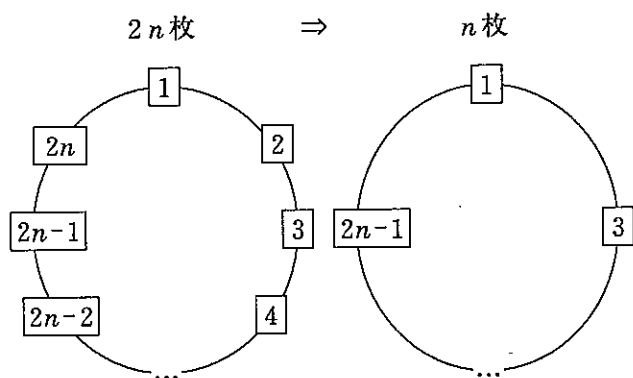
教材観と取り扱い

今回の「カードマジックと2進法」は、塵劫記のままこだて(西洋でいうヨセフスの問題)を簡略化したものである(ままこだてでは2番目ではなく10番目であったり、途中で数え直しがあったりしてより複雑になっている)。こういった歴史的な話題に触れることも大切だろう。

今回は新課程の高校1年生を対象にすることを想定して作成したが、2進数の部分を省けば、中学生でも扱えると思われる。

本年は高校2年生の「数列」履修後の生徒に対して模擬授業を行うので、上記の内容に加えて

漸化式 $\begin{cases} f(2n) = 2f(n) - 1 \\ f(2n+1) = 2f(n) + 1 \end{cases}$ も扱う予定である。



今回は n 枚のカードで 2 枚目ごとに除いて最後に残るものを $f(n)$ とおいたが、 n 枚のカードで k 枚目ごとに除いて最後に残るものを $f_k(n)$ とおくと、合同式を学習していれば、次の漸化式を得ることができる。

$$f_k(n) \equiv f_k(n-1) + k \pmod{n}$$

これを利用して、生徒に Excel で計算させることもできる。下の表は、塵劫記のままこだての場合である。($n=16$, $k=10$ のときは数え始めが残る)

n	$f_k(n)$	$k=10$	n	$f_k(n)$	$k=10$
1	1		9	8	
2	1		10	8	
3	2		11	7	
4	4		12	5	
5	4		13	2	
6	2		14	12	
7	5		15	7	
8	7		16	1	

3. 数学A「図形の性質（作図）」について

今回の指導要領の改訂により、数学Aの図形の性質の内容には「作図（基本的な図形の性質などを用いたいろいろな図形の作図に活用すること）」が新設された。

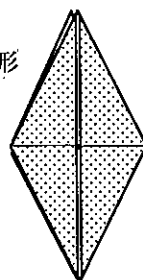
その中で特に基本的な作図、例えば垂直二等分線を引く作図や角の二等分線の作図を用いたいろいろな図形の作図に活用していく指導が必要となるであろう。

②「数学的活動」を重視した基本的な作図の活用 の指導の具体例

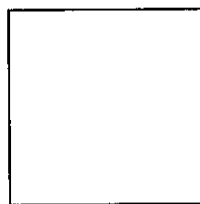
テーマ 折り紙と作図

1. 折り紙で鶴を折るときには、まず図Ⅰのような鶴の基本形までを折り、その後鶴の足や羽をつくる。ではこの「鶴の基本形」は、実際には正方形に対してどのような線を折っているのだろうか。

図Ⅰ
鶴の基本形



図Ⅱ-1

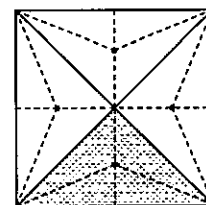


図Ⅱ-1の正方形に作図してみよう。

- (1) このとき実際に折り紙で基本形を折った後、それを開いてどのような線を折っているか調べる。
- (2) 図に折った線（対角線、角の二等分線など）を作図する。

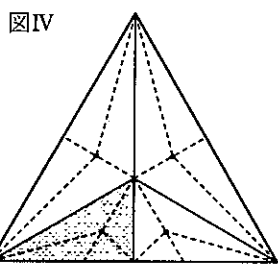
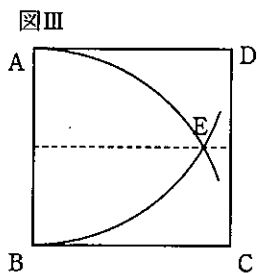
【考察】正方形を4つの三角形に分け、それぞれの内心をとるように線を折っていることに気づかせる。

図Ⅱ-2



2. 正三角形の折り紙から鶴を折ってみよう

- (1) 正方形の折り紙から正三角形の紙を作るにはどうしたらよいか考察する。



【考察】図Ⅲのように、コンパスを用いてABと同じ長さを $AB=AE=BE$ となるように点Eを作図することは容易である。これから紙を折って点Eを作図する方法を考える。

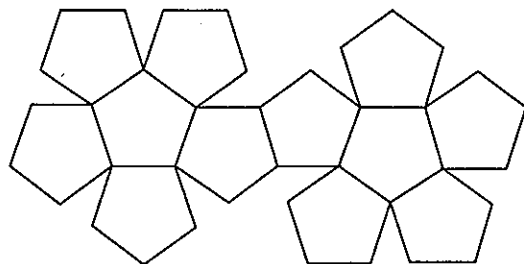
(2) 正三角形の紙をどのように折れば鶴が折れるだろうか。

【考察】1の考察より、図Ⅳのように、4つの三角形に分け、それぞれの内心を作るように角の二等分線を作図する。その後、実際に折り紙で折ってみる。

この教材では基本的な作図の方法と、紙を折ることの関係をしっかりと捉え、基本的な作図をいろいろな図形の作図に活用することがねらいである。

その他の作図の指導の具体例としては、正十二面体の展開図の作図などが考えられる。正五角形の作図の方法はいくつか考えられるが、辺と対角線の長さが $2:(1+\sqrt{5})$ であることから、無理数のという長さをいかに作図するかがポイントとなる。

正十二面体の展開図



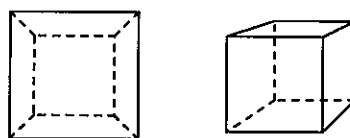
4. 数学Ⅰ「図形と計量」、数学B「空間座標」における見取図と課題学習

(1) 見取図とは

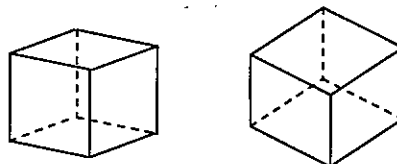
中学校学習指導要領における第一学年の図形において「断面図や投影図は取り扱わないものとする」と改訂されてから、生徒の空間認識力が低下していると感じている高校の教員が多いのではないだろうか。立体図形の見取図を描かせることは、空間感覚を養う効果と同時に、数学的活動として、立体の観察、数値データによる検証が期待される。前節において、展開図など空間図形に関して数学的活動を重視した教材例を示したが、それと関連して立体の見取図が描かれることになるのであろう。

まず、立方体の見取図について考えてみよう。小学6年生の教科書では、「直方体や立方体などの全体の形がわかるようにかいた図を見取図という」と説明されている。

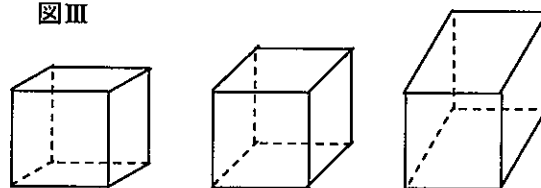
図Ⅰ



図Ⅱ



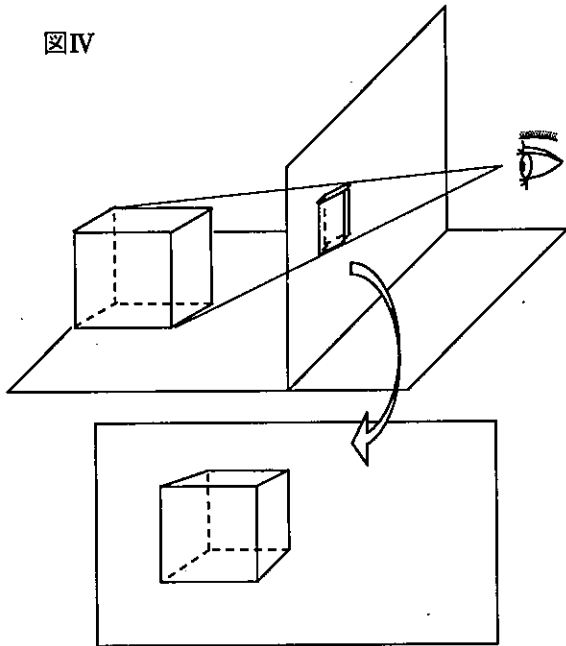
図Ⅲ



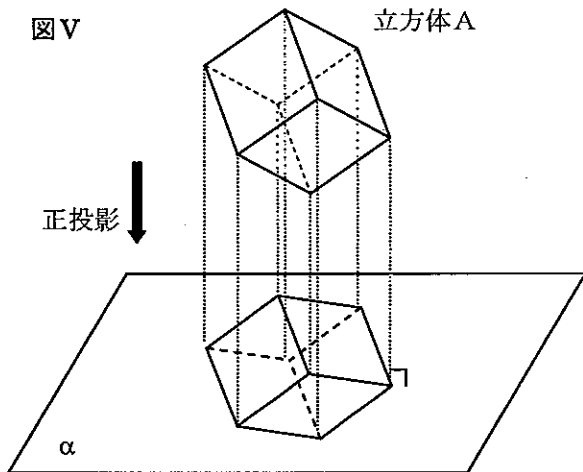
図Ⅰは、実際に立方体を眼で見たときに見える図で、図Ⅱおよび図Ⅲは、眼にはこのようには見えないが、一般的によく描かれる図である。

図Ⅰは、立方体の透視図である。透視図とは、物体と眼の間に平面を設け、物体の各点と眼を結ぶ直線とその平面の交点を逐次定めて、その物体を平面

に表示したものであり、中心投影によって描かれている（図IV）。



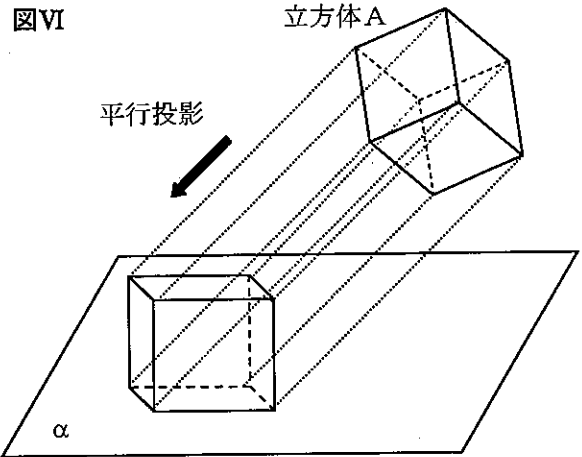
図IIは、下図のように、立方体Aをある平面 α に正投影*1して得られる図（図V）であり、図IIIは、太陽が真上になく斜めの位置にあるときにできる影のように、立方体Aを平行投影してできる図である（図VI）。



図I～IIIは、広い意味で見取図と言えるが、一般的には、図IIまたは図IIIを見取図といって、図形の計量に適しているが、図Iのような透視図は見取図

*1 正射影のこと

とは言わず図形の計量には適さない。図II、図IIIの投影の方法からわかるように、直線は直線に移され、特に平行線は平行線に移される。その点が見取図を描くときの一番のポイントである。



(2) 正多面体の見取図

正四面体や正六面体の見取図は、小中学生のときによく描いていたが、正八面体、正十二面体、正二十面体は知ってはいるが、十分な観察はできていない。特に、正十二面体や正二十面体は見取図を描くことが容易でない。

そこで、これらの見取図を描かせることは、立体を観察する、作ってみる、調べるといったことが期待でき、数学的活動を十分に行うことができる。そこで、次のような課題に取り組みさせてみた。

課題

次の正多面体の見取図を、指示に従ってできるだけわかりやすく書きなさい。

(a) 正四面体について

- ①輪郭が四角形になる見取図
- ②輪郭が四角形以外になる見取図

(b) 正六面体について

- ①輪郭が六角形になる見取図
- ②輪郭が六角形以外になる見取図

(c) 正八面体について

- ①輪郭が四角形になる見取図

②輪郭が四角形以外になる見取図

(d) 正十二面体について

①輪郭が十角形になる見取図

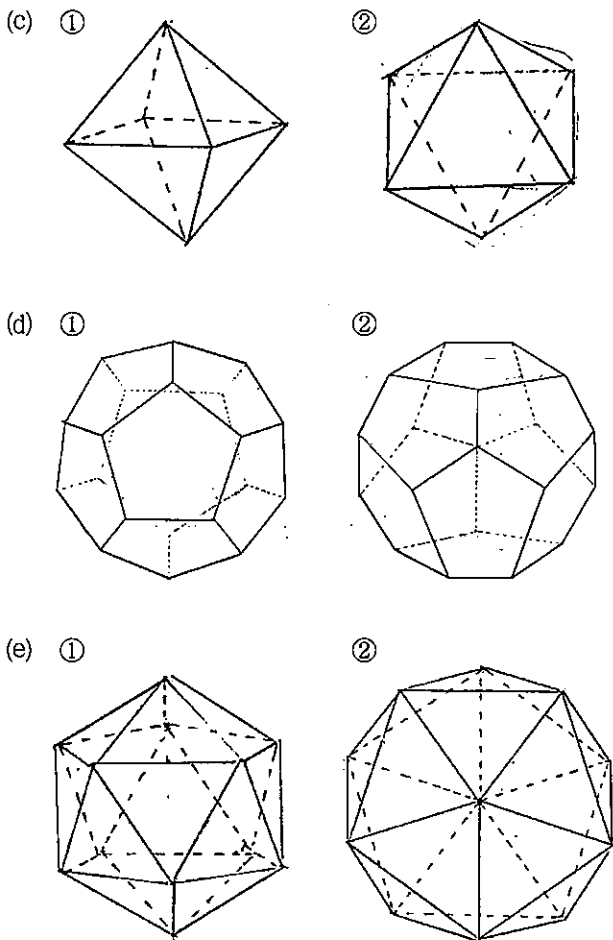
②輪郭が十角形以外になる見取図

(e) 正二十面体について

①輪郭が六角形になる見取図

②輪郭が六角形以外になる見取図

この課題に対する生徒の解答を紹介しよう。



上の解答例は、比較的できがよいものであるが、これに近い解答はたくさんある。逆に、形になっていないような解答もあり、取り組む姿勢、空間の感覚などに大きな個人差があることがわかった。

(3) 正十二面体の考察

多面体の見取図を描く場合、立体をよく観察する

に留まり、長さや角の大きさを求めるまでに至っていない。しかし、ベクトルや空間座標を用いて長さや角の大きさを調べ、その結果を踏まえて描くと、より正確な見取図が描ける。見取図を描くためだけでなく、立体に関する情報を数値的に調べることは、その立体の特徴を知る有効な手段である。

見取図を描くことは、数学的活動としては、「②数学を構成する活動」に当たるが、数値データから立体の特徴を捉えることは、「②数学を構成する活動」と「③数学を活用する活動」の2つに当たる。そこで、次のような課題学習に取り組みしてみた。

課題学習

正十二面体を考察しなさい。

漠然としたテーマで課題を設定したのは、自分の興味や関心に応じてより具体的なテーマ設定ができ、またその内容についても様々なレベルで扱うことが可能であると考えたからである。

生徒が調べた内容について分類してみた。現時点で課題を提出した生徒は123名中79名であり、その内容は以下の通りである。(一人が複数項目あり)

内 容	人数
面数12面、辺数30本、頂点20個など	50
オイラーの多面体定理について	16
正十二面の展開図	18
正十二面の見取図	22
解説付きの正十二面の見取図	5
模型の作成	3
双対性について	19
正十二面の表面積の結果のみ	21
正十二面の表面積の求め方の概要	2
正十二面の表面積を計算して求める	13
正十二面の体積の結果のみ	24
正十二面の体積の求め方の概要	3
正十二面の体積を計算して求める (I)	16

正十二面の体積を計算して求める (Ⅱ)	7
立方体と正十二面体の関係	8
ケプラーの宇宙論	2
プラトン立体について	8
正十二面体の歴史	3
塗り分けについて	4

表の体積の計算 (Ⅰ), (Ⅱ) は, 次の分類による。

(Ⅰ) 右図のような正十二面体

ABCDEFGHJKLMNPQRSTU を, 1つの立方体 ADPG-JLUS と6つの五面体 BCDAJL,

EFGADC,

HIJAGS,

TKJSUL,

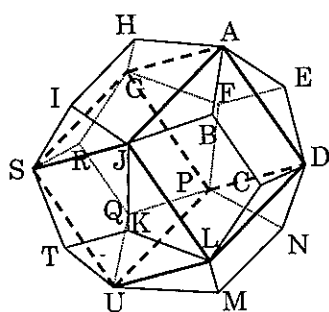
MNDLUC,

QRGPUS に分け

て, それらを合わ

せた立体として計

算する。



(Ⅱ) 正十二面体を, 各面を底面とする12個の合同な五角錐に分けて, それらを合わせた立体と考えて計算する。ただし, 空間座標を利用して求める生徒と初等幾何的に求める生徒がいたが, それらを合わせたものである。

その他に, 2面のなす角 (2名), 辺と面のなす角, 正十二面体の対角線の長さ, 正十二面体の外接球の半径, 正五角形の外接円の半径, ピタゴラス教団, グラフ理論, 対称群, 極限 (多角形→円, 多面体→球?) について調べた生徒がいた。また, 模型を作ってその中に水を入れて体積を測定した生徒や, どのように塗り分けると見やすい見取図ができるかを実際に描いてみた生徒がいて, 自分なりに工夫して取り組んでいる生徒がいた。

このレポートを作成するに当たり生徒が参考にした主なWebページは, 次の通りである。

①Wikipedia

正十二面体

<http://ja.wikipedia.org/wiki/正十二面体>

正多面体

<http://ja.wikipedia.org/wiki/正多面体>

②数学切り抜き帳

正十二面体の体積 1

<http://www.shinko-keirin.co.jp/kosu/mathematics/kirinuki/kirinuki19.html>

正十二面体の体積 2

<http://www.shinko-keirin.co.jp/kosu/mathematics/kirinuki/kirinuki20.html>

展開図のコード

<http://www.shinko-keirin.co.jp/kosu/mathematics/kirinuki/kirinuki25.html>

③The polyhedra world

正十二面体の星型

<http://www.5d.biglobe.ne.jp/~MY55029/sub2003.htm>

④ヨッシーの算数・数学の部屋

正12面体の体積

<http://www.5d.biglobe.ne.jp/~MY55029/sub2003.htm>

双対多面体

<http://www.5d.biglobe.ne.jp/~MY55029/subA101.htm>

④ヨッシーの算数・数学の部屋

正12面体の座標

<http://www.5d.biglobe.ne.jp/~MY55029/subA101.htm>

④ヨッシーの算数・数学の部屋

正12面体の体積

http://yosshy.sansu.org/12_vol.htm

正12面体の座標

<http://yosshy.sansu.org/12mentai.htm>

⑤物理のかぎしっぽ

正多面体群 1

<http://hooktail.sub.jp/algebra/PolyhedronGroup/>

正多面体群 2

<http://hooktail.sub.jp/algebra/PolyhedronGroup2/>

⑥私的数学塾

正多面体が5種類しかない理由

http://www004.upp.so-net.ne.jp/s_honma/polygon.htm

これらのWebページを参考にした生徒やそのまま使用した生徒の人数は、分かる範囲で調べると、①が26名で、②17名、③4名、④4名、⑤2名、⑥4名である。確定は難しいが、他の生徒もほとんどこれらのページを利用したと思われる。

生徒のレポートの内容から判断すると、生徒がまず調べ学習をするときは、「インターネット⇒Wikipedia (ウィキペディア)」のようである。ほとんどの生徒が、インターネットを使って、ウィキペディアやその他のWebページを調べ、それをもとにレポートを作成している。インターネットで得た情報を参考にするのはよいが、あくまで参考であってそこから自分なりに考察してレポートを作成してほしいのであるが、コピー・アンド・ペーストで終わっている生徒は少なくない。大学でのレポート作成でも問題になっていることであり、新学習指導要領における課題学習についてはこの点が問題であり、レポート作成の指導をどう行っていくかが課題といえよう。

5. 数学 I 「データ分析」の授業実践

(1) 実践した授業における指導計画

昨年の本研究紀要において開発した教材である「都市部の緑地公園におけるチョウの種数の予測」について、実際に実践した授業を報告する。

チョウの種数の予測の授業は、第4時間目であり、実施したのは、平成22年7月12日、7月13日、7月21日、7月22日である。対象は2年生の文系クラスの生徒であった。授業では、PCルームを用い、一人一台のパソコンのある状況で、主に表計算関数のEXCELを用い、事前に用意したエクセルシートを用いた。

第1時においては、「相関係数」について扱い、主に「共分散、相関係数の意味を理解する。EXCELにおいて、関数CORRELの使い方を理解する。」ことを指導した。第2時においては、「回帰直線」につい

て扱い、主に「最小二乗線の意味を理解し、その方程式を求めることができる。EXCELを用いることによって、散布図を作成し、回帰直線を引き、その方程式を求めることによって、データの予測を行うことができる。」ことを指導した。第3時においては、「回帰曲線」について扱い、主に「データの変換、回帰曲線の意味を理解する。点が曲線の形にプロットされる散布図に対して、データを変換し、よりよいデータの予測ができる。」ことを指導した。

第4時では、以下のように、課題を設定した。

「都市部の緑地におけるチョウの種数の問題」

「近年、チョウ類は開発や都市化によって衰退しつつあり、生息地の保護や種の保存が課題とされています。そこで、チョウ類の生息状況の調査のために、豊中市服部緑地公園におけるチョウ類の種数を調査することになりました。下のデータを参考にして、服部緑地公園におけるチョウ類の種数をより正確に見積もってみましょう。」

緑地公園	緑地面積	50ha以上の緑地からの距離	山からの距離	チョウの種数
北加賀屋	2	3.2	15.5	6
万代池	4.3	1.4	11.6	10
真田山	5.3	1.2	11.4	13
韮	9.7	2.1	14.2	16
大阪城	108	4.2	11.3	21
長居	65.7	3.5	10	28
鶴見	72	4.2	6.1	30
エルシティ南港	50	2.7	21.3	20
大泉	88	0.6	9	23
服部	126	3.5	5.8	

表1：都市部緑地公園におけるチョウの種数と緑地面積、50ha以上の緑地からの距離、山からの距離のデータ

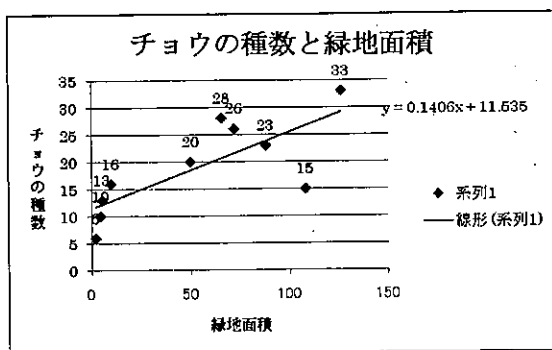


図1. チョウの種数と緑地面積

課題においては、チョウの種数に対する説明変数としてどのデータを選択するのが重要となる。相関係数 r を比較することによって、「緑地面積」は $r=0.784$ 、「50ha以上の緑地からの距離」は $r=0.398$ 、「山からの距離」は $r=-0.467$ である。ゆえに、 $|r|$ にもっとも近いものとして、緑地面積が着目される。それを散布図で表すと図1の通りである。

散布図における点の形には、曲線形、特に対数関数に近い形が見てとれるので、データの変換を考える。

たとえば、どんな常用対数の対数関数 $y=A\log_{10}x+B$ であっても、平行移動によって、 $(1, 0)$ を通る対数関数 $y=A\log_{10}x$ に重ね合わせることができるので、直線への変換を考える際に、一般に $y=\log_{10}x$ を考えれば十分である。

変換前の x と y 、変換後の X と Y の関係を調べてみると、 $y=\log_{10}x$ が $Y=aX$ の形に変換されることを考えれば、変数同士を比較して、 $Y=y$ 、 $X=\log_{10}x$ と変換することによって、1次直線への変換が可能となる。

ゆえに、元のデータに対して、緑地面積の常用対数の値へとデータを変換してから、散布図を作成すると図2の通りである。

このとき、回帰直線の方程式は

$$y = 10.905x + 4.0189$$

であるから、服部公園の緑地面積の常用対数の値である $x=2.1$ を代入して

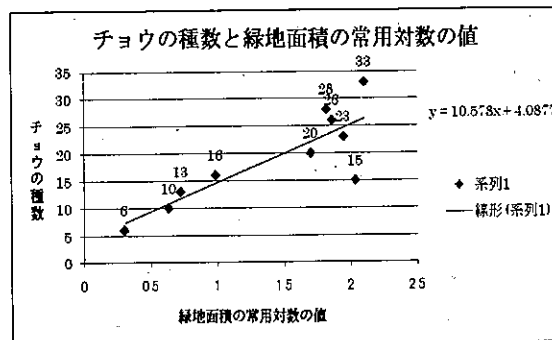


図2. チョウの種数と緑地面積の常用対数の値

$$y = 10.905 \times 2.1 + 4.0189 = 26.9194$$

したがって、服部公園のチョウの種数は約27種と予測される。

(2) 授業の実際

(i) 授業の導入と説明変数を選択する場面

授業の導入において、前時におけるデータの変換について復習した後、エクセルシートをひらかせ、「服部公園のチョウの種数を、できる限りより精度の高い予測になるように、自分なりの方法で予測してください。」と発問して、課題に取り組みさせた。生徒たちは課題に取り組み始めたが、生徒の反応を見ていると、これまでとは異なり、チョウの種数に対して、3つの変数（緑地面積、50ha以上の緑地からの距離、山からの距離）がデータとして与えられているので、どの変数に着目すればよいのかを考えている様子を感じられた。

実際に生徒の反応をみていると、生徒の中で「相関の強さを比較すること」が、相関係数の比較、もしくは回帰直線からの残差がもっとも少なくなるデータを見つけることとして、理解されていることがわかった。ただ、ほとんどの生徒が散布図に表した時に回帰直線との残差が小さいという理由で、緑地公園の面積に着目していたので、相関係数の意味やその有用性についての生徒の理解は十分ではないように感じられた。

(ii) データの変換を行う場面

次に、生徒の反応を見ていると、着目した緑地面積とチョウの種数のデータに対して、データを変換しようとする生徒、もしくはそのまま散布図に回帰直線を引こうとする生徒がいた。

最初はそのまます散布図に回帰直線を引いた生徒が多かったが、そのような生徒たちには、「より正確な予測を行うことはできないか?」と促し、さらに精度の高い予測について考えさせた。その後、多くの生徒がデータを変換することに気付き、どのような変換をするべきかについて考え始めた。

生徒の様子を見ていると、データを変換する際に、ただやみくもに「対数変換をたくさんしたほうがいい予測になるから」という理由で両対数変換をする生徒が何人かいた。また、片対数変換をちゃんと行った生徒の中にも、「なぜ片対数変換なのか」を理解できている生徒は少なかった。このことから、生徒の中では、プロットされている点が描くグラフの形とデータの変換との間につながりがなく、「プロットされた点の形が対数関数に近いから片対数変換をする」ことへの理解が不十分である様子が感じられる。

(iii) 予測値を得て

片対数変換によってデータを変換した生徒の多くは、変換後にひいた回帰直線に服部公園の緑地面積の常用対数の値であるを代入し、よりよい予測値と思われる27種という答えを導いていた。しかし、結果が出た後、ある生徒が「大阪城における種数が108で21だしちょうどいいかとも思うが、でも大泉が88で23だしもう少しいい気もします。」と感想を述べていた。その後も、精度の高い予測値としては27種が正解であったが、今井(2005)によって計測された服部公園のチョウの種数が33種であったことを確認したところ、予測値がどれだけ精度がいい予測だったとしても実測値との差が大きいことに納得できていない様子の生徒もいた。

(3) 考察

アンケートの結果をまとめると、1, 2, 3, 4, 5段階(大きいほど、高い)評価で、

- ①散布図、回帰直線、相関係数などの用語の意味はわかりましたか。3. 27
- ②PCを用いる散布図の作り方はわかりましたか。3. 81
- ③PCを用いる回帰直線の引き方はわかりましたか。3. 78
- ④PCを用いる回帰直線の方程式の求め方はわかりましたか。3. 78
- ⑤データを変換する方法はわかりましたか。3. 24
- ⑥データを変換する意義はわかりましたか。2. 87
- ⑦対数の性質を用いることができましたか。2. 51
- ⑧対数変換を理解できましたか。2. 51

となった。また、「『データの分析』の内容と教材に、有用性や教材の価値を感じましたか。」という質問に対しては、「データの整理の重要さがわかり今後にかしたいと思った。」、「データを読み取っていくことがおもしろかった」、「将来、様々な分野に対して役立ちそうなのでよかった」、「今まで一度も経験していなかったけれども、文系理系問わず必要だと思ったので、こういった分野もちゃんと学んでいこうと思った」など、8割の生徒が「感じる」という回答であった。2割の生徒が「感じない」と回答しながら「数学的な概念をもう少し扱ってほしい。PCの勉強のように感じた。」、「PCが苦手だったので、もう少しゆっくりやってほしい」などであった。

チョウの種数の問題における生徒の解答手順にあった特徴を整理すると、

- ①:「相関係数を比較し緑地面積に着目する」よりも「3つのデータの散布図をそれぞれ作成して直線に近い緑地面積に着目する」ほうが多かった
- ②:「3つのデータに対して、最初から、すべてのデータに対して、対数変換を行う」生徒が多かった

③：「3つのデータの散布図をそれぞれ作成し、回帰直線をそのままひいて、服部公園のデータを代入し、出た3つの結果の平均を解答とする」生徒が数人いた。

④：「緑地面積の散布図にそのまま回帰直線を引き、種数を予測する」生徒が数人いた

⑤：「『緑地面積』を『50ha以上の緑地からの距離』で割って、『山からの距離』で割った値とチョウの種数とのグラフをかいた」生徒が一人いた。

もともと文系とはいえども、能力のある生徒たちも少なくないクラスだったのだが、それでも生徒たちは中々PCを簡単には使いこなせなかったので、散布図、回帰直線、データの予測、データの変換などの指導は、簡単ではなかった。また、EXCELを用いるにしても、生徒たちが数学的内容を理解しきれないままでは意味がないので、その前の原理の理解を手計算で扱うことをより多くして、もっと数学的な内容の指導を重点的にする必要もあることも気づかされた。それゆえ、指導に当たっては、やはり十分な指導時間を確保し、じっくりPCと数学的な内容の指導を展開していくことが重要であると感じられた。

もしくは、生徒たちがPCを使いながら1つ1つの手順をその理由を考えながら思考を深めていっている様子を見ると、普段の授業の中からPCによる授業や課題をとり入れることによって、より慣れ親しんだ形でデータの分析の授業ができるのが望ましいとも思われる。

数学的な内容という点では、アンケートの結果にも見られるように、「データの変換」は手順だけになってしまっていたので、「なぜその変換で1次関数に変換できるのか」についての理解をもっと重要視しなければいけないであろう。たとえば、落下距離のデータから $\sqrt{\text{落下距離}}$ のデータへ変換するといった場合でも、「どうして時間ではなく距離のデータをルートに変換したのか」といった部分を理

解できるように指導する必要がある。具体的には、2つの配列によって与えられたデータに対して $y=ax^2$ が変換後 $Y=aX$ になるときの、 x と X 、 y と Y の関係を調べてみると、 $y=ax^2$ より $\sqrt{y}=\sqrt{ax}$

$$Y=bX \text{ と比較して}$$

$$Y=\sqrt{y}, x=X$$

他にも、指数関数の場合に対しても、 $y=2^x$ より

$$x=\log_2 y$$

$$Y=aX \text{ と比較して } Y=\log_2 y, X=x$$

などを扱い、実際の課題につながるように工夫することが重要であると気づかされた。または、指数関数、2次関数だけではなく、無理関数、分数関数など、多くの関数を例として扱い、本来、その考え方を培っていくべきなのであろう。

(4) まとめと今後の課題

「よりよい予測を下さい」という問いの中に、決まった解答はない。それゆえ、主体的に考える生徒の活動みられ、様々な発想があったように感じられた。普段の授業の中では見られない、生徒が自由にじっくり考える時間も生まれていたように感じられた。数学的活動が見られたという点で、データの分析における重要な活動であったように思われる。

また、今回の中で、最もよい予測と思われる解答にたどりついた生徒の数名は、普段は数学が嫌いでも苦手としている生徒だった。そんな結果を得ることで数学をおもしろがっている様子が、個人的にはうれしく感じられ、更なる教材の改良と開発に取り組んでいく思いを強めた。

今後の課題としては、データの分析における相関係数、共分散、データの変換、最小二乗線などといった数学的な内容の指導はどうあるべきかという指導計画の整理、またデータの分析におけるコンピュータに対する指導内容と指導方法はどうかあるべ

きか、またデータの分析における新しい教材開発などがあげられる。

6. おわりに

この取り組みは、昨年度からの継続研究であり、「数学的活動」を重視した指導である。昨年度は、教材の開発を中心に取り組んだが、今年度は教材の開発に加え、その実践に取り組んだ。

今回最初に取り上げた教材は、整数の性質でカードマジックと2進法である。数当てクイズなどでも2進法や3進法などが用いられ、 p 進法を身近に感じられる教材であり、数学的活動としては、「①数学化する活動、②数学を構成する活動」に当たると思われる。整数の性質は取り扱いが難しいが、教材としては興味深い。今後のこの分野の教材の開発に努めていきたい。

平面図形の作図において、作図の基本は、

- ① 2点を結ぶ線分をかくこと
- ② 線分をどちら側にもでも延長すること
- ③ 1点を中心とし、与えられた長さの半径をもつ円をかくこと

の3つの公準によって、与えられた条件に適する図形をかくことである。今回のテーマ「折り紙と作図」では、通常の作図では作図不可能であっても、折り紙では作図可能な場合があり、通常の作図からさらに深く思考することが求められる。この教材例は、数学的活動として、①数学化する活動、②数学を構成する活動、③数学を活用する活動、の3つの活動が含まれていると思われる。その意味でも、幾何という教材は、思考するに適した教材であろう。

見取図の教材については、新しい領域というわけではないが、昨年度の取り組みで教材例として紹介した立体の展開図に関連させて取り扱うことが可能である。また、授業実践では、進度の関係で空間ベクトルを学習する前に扱ったが、空間ベクトルの学習後の方がよい。特に、正投影や平行投影などは、

座標を用いることで理論的に扱うことが可能で、教材の幅も広がり、より数学的な活動が行えると思われる。見取図については、もっと空間座標に重点をおいた教材の開発も考えていきたい。

新学習指導要領で数学Iに新たに追加された領域「データ分析」において、昨年度は、その教材の開発に取り組み、今年度はその授業実践を行った。データの処理を対数計算で扱っている点で、数学Iの範囲を超えてしまっていて問題であるが、数学的活動という点では、十分にその活動が行えるよい教材である。情報の授業だけでは、Excelの扱いが不十分なので、授業で取り扱っていくときには、その点に配慮が必要であろう。

今年度は、昨年度に開発した教材の実践と新たな教材開発に取り組んだ。昨年度の課題とした授業方法や授業形態については、コンピュータを活用した授業は実践できたが、グループ学習などの授業形態はまだ実践できていない。今後も、グループ学習などの授業に取り組みながら、数学的活動を重視した指導を行うための教材の開発と、その授業実践について取り組んでいきたい。

(文責 1・4・6 川谷内, 2 戸田, 3 塩屋, 5 外山)

〔参考文献〕

- [1] 川谷内哲二・塩屋千学・戸田偉・外山康平 (2009) 高校教育研究 第61号 pp.13-24
金沢大学附属高等学校
- [2] 数学基礎 (検定教科書) 東京書籍
- [3] 柴田敏男 (1959)
教師のための初等数学講座 6
立体幾何・画法幾何 岩崎書店
- [4] 関亜希子 (2006) 『高等学校数学科におけるデータ解析教材の開発』東京学芸大学大学院教育学研究科修士論文

[5] 今井長兵衛

『島の生物地理学理論の応用による都市緑地の
チョウ類多様性評価』

[http://ecotech.nies.go.jp/region/journal/J-
ELA_3004014_2005.pdf](http://ecotech.nies.go.jp/region/journal/J-ELA_3004014_2005.pdf)